

TECHNICAL SCIENCES

Slesarev U.H., Vorontsov A.A., Rodionov S.V.

THE MATHEMATICAL MODELING AND CALCULATION OF MAGNETIC FIELDS TWO-CO-ORDINATE MAGNETOSTRICTIVE TILTMETERS TAKING INTO ACCOUNT SKIN-EFFECT

Slesarev U.N., Doctor of technical Sciences, Professor,
Penza State Technological University

Vorontsov A.A., Candidate of technical Sciences,
associate Professor, Penza State Technological University

Rodionov, S.V., The post-graduate student, Penza State
Technological University

Abstract

In given article modelling of magnetic fields of two-co-ordinate Magnetostrictive tiltmeters is executed. The mathematical model of formation results magnetic field formed as a result of imposing of magnetic fields, created is considered by an electric impulse and a constant magnet. It is noticed, that translation process an electric impulse is influenced by skin-effect in which result electric impulses extend in a blanket (Z_3 layer). Modelling of a thickness of a Z_3 layer is executed. By results of modelling corresponding conclusions have been given.

Keywords: mathematical model, skin effect; two-co-ordinate magnetostrictive tiltmeter, effectively conductor layer, mathematical modelling skin effect, a magnetic field, modelling of magnetic fields, two-co-ordinate magnetostrictive tiltmeter, intensity of a magnetic field, intensity calculation

**2nd the International scientific-practical conference
«Innovation in science, technology
and the integration of knowledge» 2015**

Введение

Развитие и расширение масштабов применения информационных технологий в области управления производственными процессами требует постоянного совершенствования методов проектирования и моделирования измерительных приборов и устройств. Математическое моделирование процессов и устройств позволяет на основе выявленных закономерностей проектировать эффективные преобразователи физических величин, имеющие высокие разрешающую способность, точность, быстродействие, широкий диапазон преобразования параметров физических процессов, низкую стоимость и относительную простоту конструкции.

Подобными преобразователями являются устройства для измерения углов наклона относительно вертикальной или горизонтальной плоскости (наклономеры), которые обычно входят в состав систем автоматического учета (САУ) различного функционального назначения. Из существующих типов наклономеров определенными преимуществами обладают ультразвуковые наклонометры, использующие явление магнитострикции (магнитострикционные наклонометры), где в качестве носителей информации об отклонениях объекта относительно горизонтали или вертикали выступают упругие ультразвуковые волны (УЗВ) кручения.

Важной задачей при разработке подобных устройств является расчет и моделирование магнитных полей, учитывающие свойства и параметры элементов конструкции [1-5].

Также, одним из факторов, который необходимо учитывать при расчетах магнитных полей магнитострикционных преобразователей, в частности двухкоординатных магнитострикционных наклономеров, является поверхностный эффект [2,6-8]. Он проявляется в неравномерном распределении переменного тока по сечению ЗП из-за индукционного взаимодействия различных элементов тока между собой, что приводит к сосредоточению электрического тока в поверхностном слое, называемом также эффективно проводящим Z_3 -слоем.

Материалы и методы исследования

**2nd the International scientific-practical conference
«Innovation in science, technology
and the integration of knowledge» 2015**

Для анализа распределения тока по поперечному сечению ЗП введем понятие абсолютного значения плотности тока δ , называемого также согласно [6,8] в дальнейшем плотностью тока.

В цилиндрической системе координат плотность тока определяется согласно выражению[6]:

$$(d^2 \delta)/dr^2 + (1/r) \cdot (d\delta/dr) = j\omega\mu_a\gamma\delta \quad (1)$$

где r - текущий или рассматриваемый радиус ЗП; μ_a и γ – абсолютная магнитная проницаемость и удельная проводимость материала ЗП, $\mu_a = \mu\mu_0$; ω – циклическая частота токового импульса, $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$, f - частота колебаний токового импульса; $j = (-1)^{1/2}$ – мнимая единица.

Выражение (1) заменой переменных $q = (-j\omega\mu_a\gamma)^{1/2}$ можно свести к более простому виду[6]:

$$(d^2 \delta)/dr^2 + (1/r) \cdot (d\delta/dr) + q^2\delta = 0 \quad (2)$$

$$\text{или } (d^2 \delta)/d(qr)^2 + (1/qr) \cdot (d\delta/d(qr)) + \delta = 0, \quad (3)$$

являющегося частным случаем уравнения Бесселя.

Решение уравнения (3) может быть найдено в следующем виде [6,8]:

$$\delta = AJ_0(qr) + BN_0(qr), \quad (4)$$

где A, B – постоянные интегрирования, $J_0(qr)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $N_0(qr)$ – функция Бесселя нулевого порядка второго рода.

Функция $N_0(qr)$ обладает особенностью, заключающейся в том, что при $qr=0$, т.е. на оси ЗП при $r=0$ она обращается в бесконечность.

Так как из физических соображений ясно, что плотность тока должна быть всюду конечна, в том числе на оси провода, то слагаемое $N_0(qr)$ из уравнения (4) можно отбросить, в результате чего оно переписывается в виде [6]:

$$\delta = AJ_0(qr). \quad (5)$$

Для определения постоянной интегрирования A , выразим согласно [6,8], используя свою систему обозначений, амплитуду токового импульса в ЗП Im через плотность тока δ :

$$Im = A \cdot (2\pi r_{3П}/q) \cdot J_1(qr_{3П}) \quad (6)$$

откуда искомая постоянная интегрирования A определится как

$$A = Im \cdot q / (2\pi r_{3П} \cdot J_1(qr_{3П})) \quad (7)$$

**2nd the International scientific-practical conference
«Innovation in science, technology
and the integration of knowledge» 2015**

Плотность тока δ , определяемая уравнением (5), с учетом значения постоянной интегрирования A , полученного в (7), переписывается следующим образом:

$$\delta = Im \cdot q / (2\pi r_{3П} \cdot J_1(qr_{3П})) \cdot J_0(qr). \quad (8)$$

На основании формулы (8) было проведено математическое моделирование зависимости плотности тока δ от рассматриваемого (текущего) радиуса ЗП r для различных значений частоты токового импульса, результаты моделирования которого для значений $r_{3П}=0,5\text{мм}$ ($5 \cdot 10^{-4}\text{м}$), $\mu_a=1,25 \cdot 10^{-4}$, $Im=0,1\text{А}$, $\gamma=10^7\text{См/м}$, приведены на рисунке 1

Анализ результатов моделирования, приведенных на рисунке 1, позволяет сделать вывод, что с увеличением частоты колебаний токового импульса f происходит резкое увеличение плотности тока вблизи поверхности ЗП, что приводит к уменьшению толщины эффективно проводящего $Z_{Э}$ -слоя. Так, на частоте 100КГц указанная толщина составляет 0,2мм при радиусе ЗП $r_{3П}=0,5\text{мм}$, причем на глубине 0,1мм значение плотности тока уже уменьшается на порядок по сравнению с его значением на поверхности ЗП.

Для расчетов толщины эффективно проводящего $Z_{Э}$ -слоя возможно использование следующего известного выражения [7]:

$$Z_{Э} = (2 / (\omega \mu_a \gamma))^{1/2}, \quad (9)$$

где γ - удельная проводимость, измеряемая в См/м.

На основании формулы (9) было проведено моделирование зависимости толщины эффективно проводящего $Z_{Э}$ -слоя от частоты колебаний токового импульса, результаты моделирования которого приведены на рисунке 2. Анализ результатов моделирования позволяет сделать вывод о необходимости учета поверхностного эффекта при моделировании магнитных полей магнитострикционных приборов уже на частотах составляющих десятки КГц.

**2nd the International scientific-practical conference
«Innovation in science, technology
and the integration of knowledge» 2015**

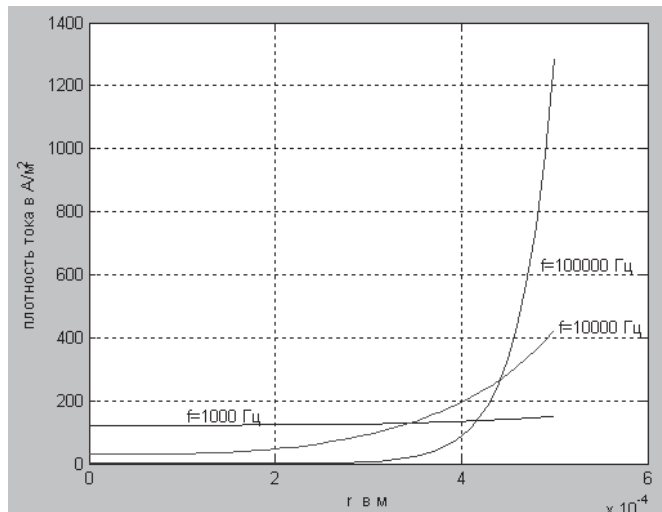


Рисунок 1 - Зависимость плотности тока от частоты токового импульса и расстояния от оси цилиндрического ЗП в плоскости его сечения.

Анализ результатов моделирования, приведенных на рисунках 1 и 2 позволяет сделать вывод, что с увеличением частоты колебаний переменного тока происходит резкое уменьшение толщины эффективно проводящего Z_3 -слоя.

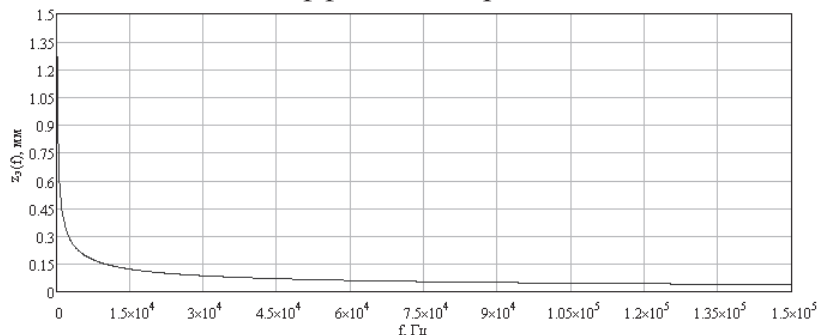


Рисунок 2 - Зависимость толщины эффективно проводящего Z_3 -слоя в мм от частоты токовых импульсов в Гц для цилиндрического ЗП при $\gamma=1,15 \cdot 10^7$ См/м См/м, $\mu_a=1,25 \cdot 10^{-4}$.

Основными элементами первичного магнитострикционного преобразователя (ПМП) магнитострикционного накломера (МН) состоит из звукопровода, источника импульсного тока и постоянного магнита (ПМ). При протекании в МН в Z_3 -слое волновода или звукопровода (ЗП) токового импульса создается круговое магнитное поле напряженностью $V_{ect}(H_{KP})$ вдоль всей длины ЗП,

**2nd the International scientific-practical conference
«Innovation in science, technology
and the integration of knowledge» 2015**

где $Vect$ –обозначает, что это векторная величина. В месте взаимодействия кругового магнитного поля $Vect(H_{KP})$ и поля, созданного постоянным магнитом $Vect(H_{\Pi})$, формируется результирующее магнитное поле $Vect(H_r)$, которое находится в соответствии с рисунком 3 в виде векторной суммы напряженностей двух полей (принцип суперпозиций для напряженностей магнитного поля) согласно выражению

$$Vect(H_r) = Vect(H_{\Pi}) + Vect(H_{KP}), \quad (10)$$

абсолютное значение которого с учетом взаимноперпендикулярности векторов $Vect(H_{\Pi})$ и $Vect(H_{KP})$ определится в соответствии с выражением

$$H_r^2 = H_{\Pi}^2 + H_{KP}^2. \quad (11)$$

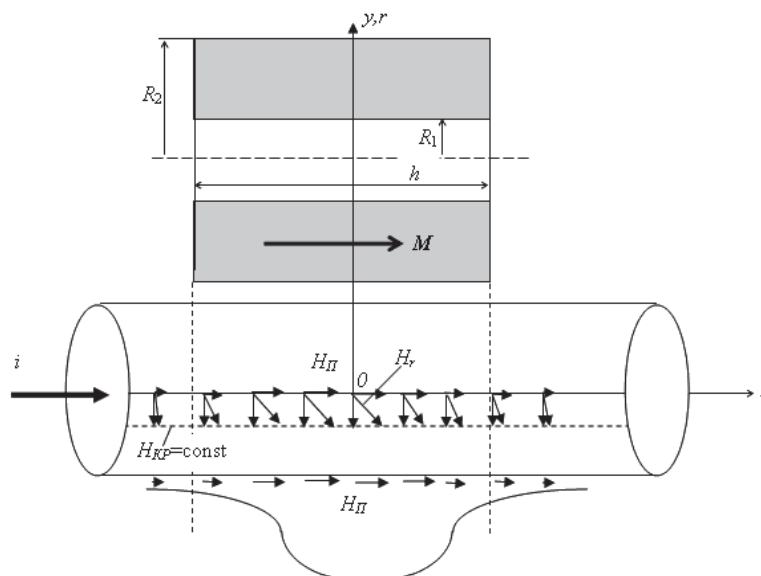


Рисунок 3 - Формирование крутильных колебаний

Одну из составляющих результирующей напряженности магнитного поля, созданную токовым импульсом $Vect(H_{KP})$, можно рассчитать согласно известным выражениям, определяемым по закону полного тока [8]:

$$Vect(H_{KP}) = (Im \cdot Vect(j)) / (2\pi r_{3\Pi}) \quad (12)$$

$$\text{и } Vect(H_{KPB}) = (r \cdot Im \cdot Vect(j)) / (2\pi (r_{3\Pi})^2), \quad (13)$$

где $Vect(H_{KP})$ - напряженность магнитного поля, созданного токовым импульсом вне ЗП; $Vect(H_{KPB})$ - напряженность магнитного поля, созданного токовым импульсом внутри ЗП; Im - амплитудное значение токового импульса i , измеряемое в Амперах; $r_{3\Pi}$ - радиус ЗП в м; r -

**2nd the International scientific-practical conference
«Innovation in science, technology
and the integration of knowledge» 2015**

текущий радиус внутри проводника в м; $v_{ect}(j)$ - единичный вектор по касательной к окружности.

Результаты моделирования зависимости напряженности магнитного поля, созданного токовым импульсом от расстояния r , отсчитываемого от центра ЗП в плоскости его сечения, приведены на рисунке 4. Для моделирования был использован ЗП радиусом $r_{ЗП}=0,5$ мм и токовый импульс амплитудой $I_m=100$ мА.

Составляющую напряженности магнитного поля, созданную ПМ $v_{ect}(H_{П})$ различной формы, можно рассчитать по формулам, изложенным в [2,4,5].

Так, для кольцевого ПМ (КПМ) согласно [2,5] ее значение определится по формуле:

$$H_Z(r) = (1/\pi) \cdot h_M \cdot M \times \{ \text{Int}_{(d,D)}((E(k_2) \cdot \rho \cdot d\rho) / [((r-\rho)^2 + h_M^2/4) \cdot ((r+\rho)^2 + h_M^2/4)^{1/2}]) \}, \quad (14)$$

где $\text{Int}_{(d,D)}()$ - интеграл от d_M до D_M , $H_Z(r)$ - проекция вектора напряженности КПМ на ось OZ , r - расстояние от центра КПМ до точки расчета напряженности магнитного поля, D_M , d_M - соответственно внешний и внутренний радиусы КПМ, h_M - высота КПМ, M - намагниченность, ρ - полярный радиус,

$E(k_2) = \text{Int}_{(0,\pi/2)}((1-k_2^2(\sin\varphi))^2 d\varphi)$ - полный эллиптический интеграл второго рода, $\text{Int}_{(0,\pi/2)}()$ - интеграл от 0 до $\pi/2$, $k_2^2 = 4 \cdot r \cdot \rho / ((r+\rho)^2 + h_M^2/4)$.

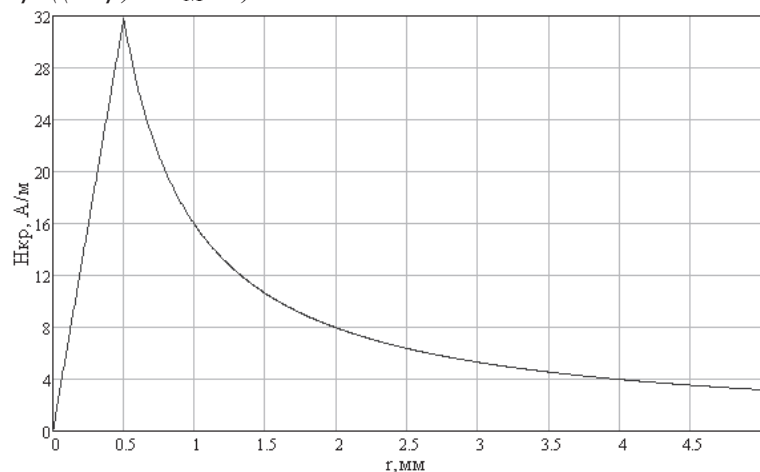


Рисунок 4 – Результаты моделирования зависимости напряженности магнитного поля $v_{ect}(H_{кр})$, созданного токовым импульсом от расстояния r , отсчитываемого от центра ЗП в плоскости его сечения

**2nd the International scientific-practical conference
«Innovation in science, technology
and the integration of knowledge» 2015**

Результаты моделирования зависимости напряженности магнитного поля, созданного КПМ от расстояния r , отсчитываемого от боковой поверхности КПМ в горизонтальной плоскости, проходящей через его центр, рассчитанные согласно выражению 14, приведены на рисунке 5. Для моделирования был использован КПМ с внешним D_M и внутренним d_M диаметрами равными $D_M=110\text{мм}$ и $d_M=90\text{мм}$ соответственно, высотой $h_M=1\text{мм}$ и значением остаточной индукции $B_r=0,01\text{ Тл}$.

Наложение магнитных полей, созданных токовым импульсом и ПМ, порождает результирующее магнитное поле, результаты моделирования зависимости напряженности которого от расстояния r , для рассматриваемых примеров (рисунки 4 и 5), приведены на рисунке 6. Расстояние r отсчитывается от боковой поверхности ПМ до ближайшей точки на поверхности ЗП в горизонтальной плоскости, проходящей через центр ПМ и измеряется в метрах.

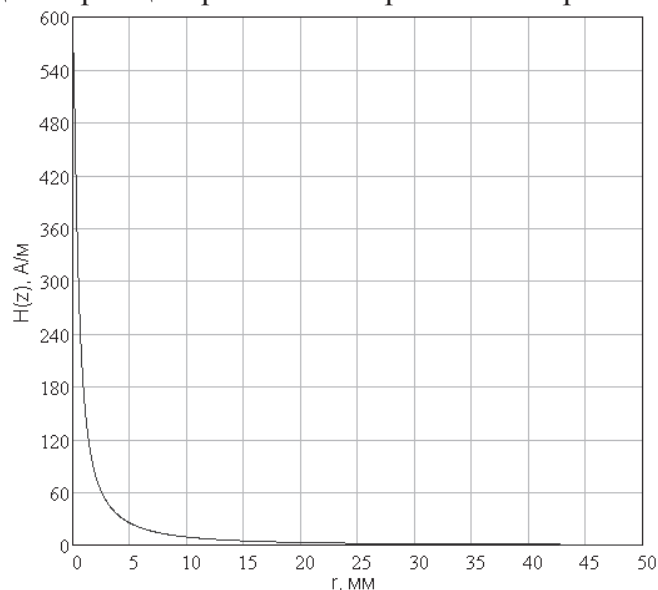


Рисунок 5 – Результаты моделирования зависимости напряженности магнитного поля $\text{vect}(H_{\Pi})$, созданного КПМ от расстояния r , отсчитываемого от боковой поверхности ПМ в горизонтальной плоскости, проходящей через его центр

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что существенные отличия в значениях напряженностей

**2nd the International scientific-practical conference
«Innovation in science, technology
and the integration of knowledge» 2015**

магнитных полей, созданных ПМ и результирующей (рисунки 5 и 6) наблюдаются лишь при отдалении ЗП от ПМ (в приведенных примерах $r > 2$ мм).

Таким образом, влияние составляющих на значение результирующей напряженности магнитного поля будет зависеть от многих факторов, основными из которых являются размеры ПМ и его значение остаточной намагниченности, диаметр ЗП и значение токового импульса, а также расстояние от ЗП до ПМ.

В заключении необходимо отметить, что под воздействием магнитного поля со значением результирующей напряженности $v_{\text{vect}}(H_r)$ происходит формирование ультразвуковой волны кручения, являющейся носителем информации об измеряемой величине. Это свидетельствует об актуальности приведенных математических моделей и методиках расчета магнитных полей ДМН. Это должно быть учтено при разработке и анализе конструкций магнитострикционных преобразователей.

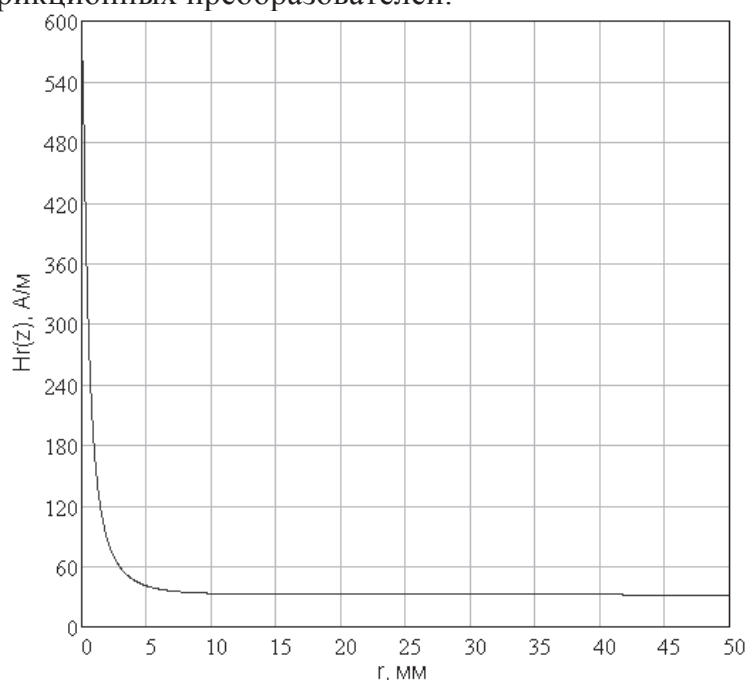


Рисунок 6 – Результаты моделирования зависимости результирующей напряженности магнитного поля, $v_{\text{vect}}(H_r)$ от расстояния r , отсчитываемого от боковой поверхности ПМ в горизонтальной плоскости, проходящей через центр ПМ

**2nd the International scientific-practical conference
«Innovation in science, technology
and the integration of knowledge» 2015**

Выводы

Таким образом, в результате проведенных экспериментов выявлено, что при увеличении частоты колебаний (рисунки 1 и 2) происходит резкое уменьшение толщины слоя волновода, проводящего электрический ток (Z_3 -слоя). Моделирование Z_3 -слоя в зависимости от частоты токовых импульсов осуществлялось по двум математическим моделям, изложенным в [6,7]. Результаты моделирования совпали.

Проведен анализ влияния магнитных полей, созданных постоянным магнитом и токовыми импульсами на результирующее магнитное поле. Проведено моделирование, качественно показывающее изменение результирующего магнитного поля в среде звукопровода и при удалении от его поверхности. Показано, что максимальное значение напряженности магнитного поля созданного токовым импульсом наблюдается на поверхности волновода (рисунок 4, $r=0,5\text{мм}$).

References

- [1] Certificate of state registration of the computer number 2013611477. Program package for the calculation of Magnetic fields of two-co-ordinate magnetostrictive tiltmeters. Registered in the Register of computer programs February 20, 2013
- [2] Vorontsov A.A. Mathematical modelling of magnetic fields in two-co-ordinate magnetostrictive tiltmeters: Diss...cand. tech. science. – Penza, 2013. – 160 p.
- [3] The patent RU2389975. MPK: G01C9/18. Magnetostrictive two-co-ordinate tiltmeter/ A.A.Vorontsov, E.S.Demin, S.B.Demin//. Registered 20.05. 2010.– The bulletin №14.
- [4] Slesarev U.N. Mathematical modelling of magnetic fields of the two-co-ordinate magnetostrictive tiltmeters containing a constant magnet in the form of a rectangular parallelepiped/ U.N. Slesarev, A.A. Vorontsov, E.V. Karpuhin// The bulletin of the Tambov state technical university. – 2013. – №1(19). – P.25-29.
- [5] Slesarev U.N. Mathematical modelling of magnetic fields of the two-co-ordinate magnetostrictive tiltmeters containing a ring or continuous constant magnet /U.N. Slesarev, A.A. Vorontsov, E.V.Karpuhin// The bulletin of the Penza state

**2nd the International scientific-practical conference
«Innovation in science, technology
and the integration of knowledge» 2015**

- pedagogical university. physical with mathematical and physical sciences – 2012. - №30. P.467-472
- [6] Bessonov L.A. Theoretical bases electrical engineers. Electromagnetic field: The textbook. – The 9th edition processed and added. – M: Gardariki, 2001. – 317 p.
- [7] Demirchan K.S. Theoretical bases electrical engineers. Vol. 2/ K.S. Demirchan, L.R.Neiman, N.V. Korovkin. – SPb.: Piter, 2009. – 432 p.
- [8] Kupalyan S.D. Theoretical bases electrical engineers. Vol. 3. Electromagnetic field. The 3rd edition processed and added. – M.: Energy, 1970. – 248 p.