Sdvizhkov O.A.

THE PENALTIES FOR TASKS OF A TRANSPORT TYPE AND THEIR APPLICATIONS

Sdvizhkov O.A., Russia, Candidate of Physics and Mathematics sciences, The Russian state university of tourism and service

Abstract

For the plans of tasks of a transport type (transportations, assignments and travelling sales man) are entered the penalties. Obtained the conditions for the penalties, at which the plans are optimum. Received the algorithms resulting with the help of the penalties to the optimum plans. Tested the algorithms for the concrete tasks.

Keywords: optimality, cycle, algorithm

Введение

Задачи транспортного типа (перевозок, назначениях и коммивояжера) являются фундаментальными задачами исследования операций в экономике. Поэтому вопросы, связанные с ними, представляют особый интерес и являются актуальными. Исследование посвящено алгоритмам получения оптимальных планов этих задач с помощью специальных штрафов.

1. Алгоритм штрафов для транспортной задачи

Известно [1, 2], что сбалансированная транспортная задача по критерию стоимости, в которой m поставщиков и n потребителей, сводится к задаче линейного программирования:

$$z = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \to \min, \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad x_{ij} \ge 0. \tag{2}$$

Пусть $X = (x_{ij})$ – опорный невырожденный план перевозок транспортной задачи (1, 2). Тогда, как доказано в [1], включение свободной переменной x_{ij} в базис, применяя означенный цикл пересчета

$$\mu = A_{ij}A_{ik}A_{rk}A_{rs}\ldots A_{qp}A_{hp}A_{hj}A_{ij}, \qquad (3)$$

где $A_{\alpha\beta}$ – вершина, принадлежащая клетке (α, β), изменяет значение целевой функции z, входящей в (1), на алгебраическую сумму стоимостей по циклу пересчета:

$$\gamma_{ij} = (c_{ij} + c_{rk} + \ldots + c_{hp}) - (c_{ik} + c_{rs} + \ldots + c_{hj}).$$

Штраф свободной переменной x_{ij}, которая включается в базис с помощью цикла пересчета (3), определим формулой:

$$d_{ij}(x_{ik}, x_{hj}) = (c_{ij} - c_{ik}) + (c_{ij} - c_{hj}). \qquad (4)$$

Штрафы базисной переменной x_{ij} будем вычислять по формуле (4) для каждой пары базисных переменных x_{ik}, x_{hj}, отличных от x_{ij}. В случаях, когда нет такой пары, штраф примем равным нулю.

Под штрафом вершины $A_{\alpha\beta}$ цикла пересчета μ будем понимать штраф переменной $x_{\alpha\beta}$ относительно переменных, соответствующих вершинам смежным с вершиной $A_{\alpha\beta}$, если при этом одна из этих переменных является свободной, то штраф равен нулю.

Вычисления суммы штрафов вершин цикла (3), имеющих знак «+», а это вершины A_{ij}, A_{rk}, …, A_{hp}, приводят к формуле:

$$d_{ij} + d_{rk} + \ldots + d_{hp} = 2\gamma_{ij}. \qquad (5)$$

Из (5), в частности, следует:

- *Если переменные опорного невырожденного плана перевозок транспортной задачи не имеют отрицательных штрафов, то план является оптимальным;*
- *Если опорный невырожденный план перевозок транспортной задачи можно улучшить с помощью цикла пересчета μ, то в нем есть вершины, имеющие отрицательный штраф;*
- *Опорный невырожденный план перевозок транспортной задачи является оптимальным, если нельзя построить цикл пересчета, который имеет отрицательную сумму штрафов вершин, в которых знак «+»;*
- *Потенциалы свободной клетки (i, j) цикла пересчета (3) связаны со штрафами вершин этого цикла формулой:*

$$u_i + v_j = c_{ij} - \left(d_{ij} + d_{rk} + \ldots + d_{hp}\right)/2$$

В силу формулы (5), имеет место следующий алгоритм получения оптимального плана транспортной задачи.

1. Составление первоначального опорного невырожденного плана перевозок.

2. Нахождение штрафов переменных оцениваемого плана перевозок.

3. Если нет клетки с отрицательным штрафом, через которую проходит цикл пересчета с отрицательной оценкой включения свободной переменной в число базисных переменных, то останов – оптимальный план получен, иначе, если есть такой цикл пересчета μ, то на пункт 4.

4. Переход к улучшенному плану с помощью цикла пересчета μ, затем на пункт 2.

Пусть в транспортной задаче запасы составляют $a_1 = 100, a_2 = 200, a_3 = 120$, потребности $b_1 = 190, b_2 = 120, b_3 = 110$, тарифы перевозок заданы матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Требуется найти оптимальный план перевозок. Составляем первоначальный план:

$$\begin{pmatrix} 0 & 100 & 0 \\ 70 & 20 & 110 \\ 120 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вычисления штрафов переменных данного плана перевозок показывают, что отрицательный штраф имеет только переменная x_{22}:

d_{11} (x_{12}, x_{21}) = (5-3) + (5-7) =0;

d_{12} = 0;

d_{13} (x_{12}, x_{23}) = (6-3) + (6-3) =6;

d_{21} (x_{22}, x_{31}) = (7-4) + (7-3) =7; d_{21} (x_{23}, x_{31}) = (7-3) + (7-3) =8;

d_{22} (x_{12}, x_{21}) = (4-3) + (4-7) =-2; d_{22} (x_{12}, x_{23}) = (4-3) + (4-3) =2;

d_{23} = 0;

d_{31} = 0;

d_{32} (x_{22}, x_{31}) = (6-4) + (6-3) =5;

d_{33} (x_{22}, x_{31}) = (5-3) + (5-3) =4.

Он получен относительно базисных переменных x_{12} и x_{21}, через клетки переменных x_{22}, x_{12}, x_{21} проходит цикл пересчета со свободной переменной x_{11}, причем алгебраическая сумма стоимостей, включения ее в число базисных переменных, составляет γ_{11}= (5+4) -(7+3) <0, то есть план можно улучшить. Переход к улучшенному плану дает:

$$\begin{pmatrix} 70 & 30 & 0 \\ 0 & 90 & 110 \\ 120 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

Находим штрафы нового плана:

d_{11} (x_{12}, x_{31}) = (5-3) + (5-3) = 4; d_{12} (x_{11}, x_{22}) = (3-5) + (3-4) = -3; d_{13} (x_{12}, x_{23}) = (6-3) + (6-3) = 6;

d_{21} (x_{11}, x_{22}) = (7-5) + (7-4) = 5; d_{22} (x_{12}, x_{23}) = (4-3) + (4-3) = 2; d_{23} = 0;

d_{31} = 0; d_{32} (x_{12}, x_{31}) = (6-3) + (6-3) = 6; d_{33} (x_{23}, x_{31}) = (5-3) + (5-3) = 4.

Теперь отрицательный штраф имеет только переменная x_{12}, базисные переменные цикла пересчета x_{11}, x_{12}, x_{22}, свободная переменная x_{21}, оценка включения ее в базис Δ_{21}=(7+3) - (5+4) >0. Следовательно, план (6) улучшить нельзя.

2. Алгоритм штрафов для задачи о назначениях

В задаче о назначениях, которая является частным случаем транспортной задачи и сводится к задаче линейного программирования с двоичными переменными [2], штрафы определяются однозначно. Они являются элементами матрицы D = D*+ D**, где матрица D* получается вычитанием из элементов каждой строки матрицы С такого элемента этой строки, который соответствует единичному элементу плана X, D** получается аналогичными преобразованиями столбцов. При этом оптимальные планы в задачах о назначениях с матрицами С и D совпадают.

Цикл пересчета задачи о назначениях – такой цикл (3), в котором значения переменных x_{ij}, x_{ik},…,x_{hj} чередуются [3]. Соответственно, пересчет по циклу – изменение значений x_{ij}, x_{ik},…,x_{hj} на противоположные. Так как штрафы базисных переменных нулевые и выполняется (5), имеет место следующий алгоритм получения оптимального плана задачи о назначениях.

1. Составление первоначального плана назначений X.

2. Вычисление матрицы штрафов D оцениваемого плана.

3. Если не существует цикл пересчета, сумма штрафов вершин которого меньше нуля, то останов – план X является оптимальным, иначе, если есть такой цикл пересчета μ, то на пункт 4.

4. Выполнение пересчета по циклу μ, новый план назначений принимается за план X.

5. За матрицу C принимается матрица D и переход на пункт 2.

Найдем, применяя штрафы, оптимальный план задачи о назначения, в которой

$$C=\begin{pmatrix}5&2&1&3\\1&6&4&1\\3&4&2&2\\1&4&3&1\end{pmatrix}$$

Принимаем за начальный план X, например, план, в котором $x_{13}=x_{21}=x_{34}=x_{42}=1$. Находим матрицу штрафов (штрафы базисных переменных подчеркиваем снизу):

$$D=\begin{pmatrix}4&1&0&2\\0&5&3&0\\1&2&0&0\\-3&0&-1&-3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&-2&0&1\\0&2&3&-1\\2&0&1&0\\0&0&2&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&-1&\underline{0}&3\\\underline{0}&7&6&-1\\3&2&1&\underline{0}\\-3&\underline{0}&1&-4\end{pmatrix}$$

По матрице D можно составить цикл пересчета $\mu=A_{44}A_{34}A_{33}A_{13}A_{12}A_{42}A_{44}$, сумма штрафов вершин которого меньше нуля. Поэтому, применяя пересчет по циклу μ, переходим к улучшенному плану $x_{12}=x_{21}=x_{33}=x_{44}=1$, указываем базисные переменные плана, подчеркивая снизу их штрафы:

$$D=\begin{pmatrix}8&\underline{-1}&0&3\\\underline{0}&7&6&-1\\3&2&\underline{1}&0\\-3&0&1&\underline{-4}\end{pmatrix}$$

Принимаем за матрицу C матрицу D и находим матрицу штрафов нового плана:

$$D=\begin{pmatrix}9&0&1&4\\0&7&6&-1\\2&1&0&-1\\1&4&5&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8&0&-1&7\\0&8&5&3\\3&3&0&4\\-3&1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}17&0&0&11\\0&15&11&2\\5&4&0&3\\-2&5&5&0\end{pmatrix}$$

В полученной матрице есть отрицательныq штраф, но построить по ней цикл пересчета, сумма штрафов вершин которого меньше нуля, нельзя. Поэтому план $x_{12}=x_{21}=x_{33}=x_{44}=1$ является оптимальным.

3. Алгоритм штрафов для задачи коммивояжера

Из алгоритма штрафов для задачи о назначениях следует алгоритм штрафов для задачи коммивояжера, в нем под независимыми циклами μ_1, μ_2, …, μ_k понимаются такие циклы, вершины которых принадлежат множествам клеток Ω_1, Ω_2, …, Ω_k, которые попарно не пересекаются.

1. Составление первоначального односвязного маршрута X.

2. Вычисление матрицы штрафов D оцениваемого маршрута.

3. Если нет независимых циклов пересчета μ_1, μ_2, …, μ_k таких, что $\sum_{i=1}^{k} \Delta(\mu_i) < 0$, применение которых приводит к односвязному маршруту, то останов – маршрут X является оптимальным, иначе на следующий пункт.

4. Выполнение пересчетов по μ_1, μ_2, …, μ_k – переход к новому маршруту X.

5. За матрицу C принимается матрица D и переход на пункт 2.

Применяя алгоритм штрафов, найдем оптимальный маршрут в задаче коммивояжера, заданной матрицей:

$$C = \begin{pmatrix} \infty & 3 & 7 & 4 & 6 \\ 4 & \infty & 3 & 7 & 8 \\ 6 & 9 & \infty & 3 & 2 \\ 8 & 6 & 3 & \infty & 9 \\ 3 & 7 & 4 & 6 & \infty \end{pmatrix}$$

Принимаем за начальный маршрут, например, маршрут, в котором $x_{15}= x_{53}= x_{34}= x_{42}= x_{21}=1$. Находим матрицу штрафов (штрафы базисных переменных подчеркиваем снизу):

$$D = \begin{pmatrix} \infty & -3 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & \infty & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & \infty & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -3 & \infty & 6 \\ -1 & 3 & 0 & 2 & \infty \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \infty & -3 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & \infty & -1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & \infty & 0 & -4 \\ 4 & 0 & -1 & \infty & 3 \\ -1 & 1 & 0 & 3 & \infty \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \infty & -6 & 4 & -1 & \underline{0} \\ \underline{0} & \infty & -2 & 7 & 6 \\ 5 & 9 & \infty & \underline{0} & -5 \\ 6 & \underline{0} & -4 & \infty & 9 \\ -2 & 4 & \underline{0} & 5 & \infty \end{pmatrix}$$

Из нее видно, что есть две независимые цикла пересчета $A_{14}A_{15}A_{35}A_{34}A_{14}$ и $A_{23}A_{53}A_{51}A_{21}A_{23}$, для каждого из которых сумма штрафов вершин меньше нуля, причем пересчет по ним приводит к односвязному маршруту 1→ 4→ 2→ 3→ 5→ 1. Переходим к новому маршруту, штрафы базисных переменных подчеркиваем снизу, принимаем матрицу D за матрицу C:

$$C=\begin{pmatrix} \infty & -6 & 4 & \underline{-1} & 0 \\ 0 & \infty & \underline{-2} & 7 & 6 \\ 5 & 9 & \infty & 0 & \underline{-5} \\ 6 & \underline{0} & -4 & \infty & 9 \\ \underline{-2} & 4 & 0 & 5 & \infty \end{pmatrix}$$

Находим матрицу штрафов нового маршрута:

$$D=\begin{pmatrix} \infty & -5 & 5 & 0 & 1 \\ 2 & \infty & 0 & 9 & 8 \\ 10 & 14 & \infty & 5 & 0 \\ 6 & 0 & -4 & \infty & 9 \\ 0 & 6 & 2 & 7 & \infty \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \infty & -6 & 6 & 0 & 5 \\ 2 & \infty & 0 & 8 & 11 \\ 7 & 9 & \infty & 11 & 0 \\ 8 & 0 & -2 & \infty & 14 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & \infty \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \infty & -11 & 11 & \underline{0} & 6 \\ 4 & \infty & \underline{0} & 17 & 19 \\ 17 & 23 & \infty & 16 & \underline{0} \\ 14 & \underline{0} & -6 & \infty & 23 \\ \underline{0} & 10 & 4 & 13 & \infty \end{pmatrix}$$

В полученной матрице есть отрицательные штрафы, но построить по ней цикл пересчета, сумма штрафов вершин которого меньше нуля, нельзя. Следовательно, полученный маршрут 1→ 4→ 2→ 3→ 5→ 1 является оптимальным.

Выводы

Представленные материалы исследования показывают, что введенные штрафы позволяют достаточно эффективно находить оптимальные планы транспортной задачи, задачи о назначениях и задачи коммивояжера.

References:

[1] Karpelevich F.I., Sadovskiy L.E. Elements of linear algebra and linear programming. – M.: FIZMATGIZ, 1963. – P. 276

[2] Sdvizhkov O.A. Practical works by methods of optimization. – M.: INFRA-M, 2015. – P. 200

[3] Sdvizhkov O.A. Distributive method for a task about assignments // International research journal. 2016. № 8 (50), part 3, P. 150-154

ENGINEERING AND TECHNOLOGY

Yermukhanova N.B., Nurzhanova D.B., Tashimova A.A., Ramatullaeva LI.

LEVELS OF XENOBIOTICS IN THE FOOD TESTED FOR STABILITY IN TERMS OF THE METOBOLISM

Yermukhanova N., Master of technical sciences, senior lecturer, department of "Electroenergetics and life safety", Kazakhstan, Kyzylorda State University named after Korkyt Ata, Kyzylorda.

Nurzhanova D., Master of technical sciences, lecturer, department of "Electroenergetics and life safety", Kazakhstan, Kyzylorda State University named after Korkyt Ata, Kyzylorda.

Tashimova A., Master of science, lecturer, department of "Electroenergetics and life safety", Kazakhstan, Kyzylorda State University named after Korkyt Ata, Kyzylorda.

Ramatullaeva L, Candidate of technical sciences, associate professor , M.Auezov South Kazakhstan State University

Abstract

The article touches upon the descviption of the process of metabolism of pollutants, .the first and completing products of biotransformation are playing the most important role. The article deals with the experience of defining the remains of nitrates which are found in food. Metabolism of pollutants consists of 2stages: modification and connugation. The 1st phase defines the level of biotransformation. The 1st phase defines the level of biological connugation of endogenic molecule of interval products of metabolism. It also emphasizes the ecological and social damage caused to human development by chemical materials and gives a detailed description of unhealthy chemicals that aroused health losses. Exploring the biotransformation of xenobiotics in the environment of the Aral region, monitoring and analyzing their migration to water, soil and food. to make the analysis of foods consumed