

Eliseev S.V., Artyunin A.I., Kashuba V.B., Kaimov E.V.

MATHEMATICAL MODELING IN THE PROBLEM OF DYNAMICS OF MECHANICAL OSCILLATION SYSTEMS WITH LEVER CONNECTIONS AND MECHANISMS

Eliseev S.V., Russia, Doctor of technical sciences, Professor,
Director of Scientific and Educational Center of modern technologies,
systems analysis and modeling, Irkutsk State Transport University

Artyunin A.I., Russia, Doctor of technical sciences, Professor, First
vice-rector, Irkutsk State Transport University

Kashuba V.B., Russia, Candidate of technical Sciences, First vice-
rector, Bratsk State University

Kaimov E.V., Russia, Candidate of technical Sciences, Junior
researcher of Scientific and Educational Center of modern technologies,
systems analysis and modeling, Irkutsk State Transport University

Abstract

The method of creation of mathematical models of technical objects, the design scheme which can be represented as a linear mechanical oscillation systems, is proposed. Dynamic analogies, in which mechanical oscillatory system are mapped equivalent in the dynamic relation of the structural scheme of automatic control, are used. Structural mathematical model allows to show the presence of lever-type linkages, mechanisms and devices for converting motion in the form of appropriate additional feedback. Transfer functions in the force and kinematic external influences are used as a basis of dynamic systems synthesis. The possibilities of obtaining a number of dynamic effects and their use in the task of dynamic synthesis are given. The results of numerical experiment, ones revealed the dynamical properties of the original technical devices, are presented.

Keywords: mechanisms, lever connection, a device for converting motion, block diagrams, dynamic damping of oscillations.

Введение

Обеспечение надежности и безопасности эксплуатации машин и оборудования является актуальным научно-техническим направлением в развитии современного машиноведения. Необходимые параметры динамического качества формируются на всех стадиях жизненного цикла технических объектов. При этом большое значение приобретают предварительные поисковые исследования и разработки, в рамках которых отрабатываются принципы построения технических устройств, особенности функционирования различных подсистем. Современные машины, технологические комплексы, транспортные средства представляют собой сложные системы, для которых характерно динамическое взаимодействие большого числа разнообразных узлов, механизмов и деталей [1,2]. Расчетными схемами для динамических оценок технических объектов чаще всего выбираются механические колебательные системы. Рычажные связи находят отражение в динамических свойствах механических систем, в том числе, динамического гашения колебаний, перераспределения энергетических потоков, организации связей между парциальными структурами сложных систем и др. [3,4].

В предлагаемой работе представлены результаты исследований, посвященных разработке обобщенного подхода и метода построения математических моделей для определения и оценки динамических свойств объектов машиностроения как механических колебательных систем с рычажными связями и механизмами при вибрационных внешних воздействиях.

I. Некоторые общие положения

Рычажные связи технических объектов разнообразны и реализуются в соответствующих конструктивно-технических формах в зависимости от особенностей машин и оборудования [5]. Рычажные связи и механизмы их реализации расширяют функциональные свойства механических колебательных систем и создают возможности поиска и разработки новых способов и средств управления динамическим состоянием объектов машиностроения и взаимодействия их элементов.

Динамика механических колебательных систем с различными механизмами и устройствами может интерпретироваться как задача введения в структурные математические модели систем дополнительных связей.

Задача исследования заключается в разработке научной концепции поиска и создания способов и управления динамическим состоянием различных объектов при вибрационных воздействиях, использующих методологический базис структурного математического моделирования.

II. Некоторые приложения теории рычажных связей

Рассматриваются результаты прикладных разработок, связанных с оценкой динамических свойств систем вибрационной защиты оригинальной конструкции [6 – 8]. рычажные связи реализуются не только через соотношения параметров системы, но и через введение в структуру системы дополнительных связей. Такие связи могут быть реализованы путем введения механических цепей в виде групп Ассур, размещения дополнительных точечных масс или специальных устройств для преобразования движения – УПД (зубчатых или винтовых несамотормозящихся механизмов). В большинстве случаев такие механизмы могут быть приведены к эквивалентным рычажным механизмам. Вводимые дополнительные связи могут быть приведены к эквивалентным рычажным механизмам. Вводимые дополнительные связи не изменяют числа степеней свободы, если об этом вопросе нет специальных намерений.

На рис. 1 рассмотрен ряд расчетных схем виброзащитных систем, в составе которых используются шарнирно-рычажные цепи (группы Ассур второго рода) с дополнительными массами, что обеспечивает возможности создания режимов динамического гашения колебаний. Разработана методика построения математических моделей на основе выделения дополнительных связей как структуры, в которой необходимые кинематические параметры могут быть определены на основе теорем о сложении скоростей в плоском движении.

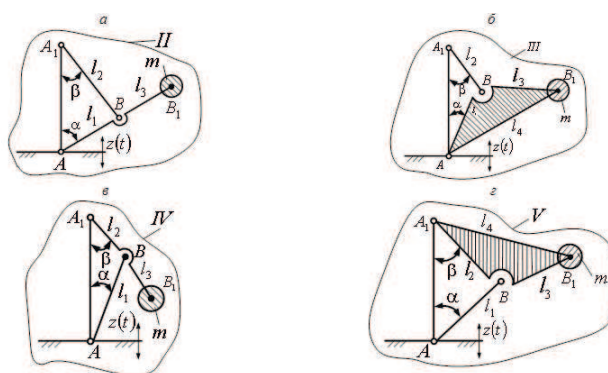


Рис. 1. Виброзащитные системы с устройствами для преобразования движения: а – УПД в виде шарнирно-рычажного механизма с дополнительной массой и удлинением нижнего рычага; б – УПД с изогнутым нижним рычагом; в – УПД с дополнительной массой на удлинённом верхнем рычаге; г – УПД с изогнутым верхним рычагом

1. Изучение особенностей динамических свойств показывает, что математические модели системы существенно зависят от вида внешних воздействий. При силовом возмущении, когда сила приложена к объекту защиты, а опорные поверхности неподвижны, передаточная функция системы определяется выражением:

$$W_1(p) = \frac{\tilde{y}}{\tilde{Q}} = \frac{1}{(M + mb_1^2)p^2 + k}, \quad (1)$$

где b_1 – коэффициент, зависящий от геометрических параметров системы (его физическая сущность заключается в установлении рычажных связей во взаимодействиях между объектом защиты (M) и дополнительной массой (m)); $p = j\omega$ комплексная переменная $j = \sqrt{-1}$, значок $\langle \sim \rangle$ соответствует изображению при преобразовании Лапласа; k – коэффициент жесткости упругого элемента [9]. При приведении расчетных схем на рис. 1, $a - z$ к унифицированному виду структурная схема принимает вид, как показано на рис. 2.

В целом, устройство для преобразования движения (УПД) при силовом возмущении в физическом смысле по отношению к объекту защиты создает дополнительную отрицательную обратную цепь, которая влияет на параметры динамического состояния.

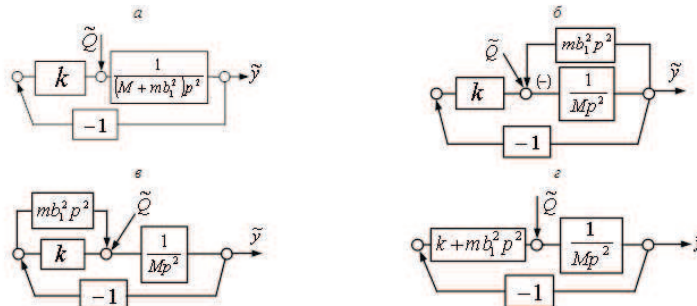


Рис. 2. Структурные схемы виброзащитных систем, соответствующих рис. 1:

a – система обладает приведенной массой $(M + mb_1^2)$; b – УПД является обратной дополнительной связью по ускорению по отношению к объекту защиты; v – УПД как параллельное звено; z – упругий элемент и УПД могут соединяться по правилам параллельного соединения пружин

2. При кинематическом возмущении движение опорной поверхности формирует дополнительные переносные силы инерции, что

приводит к более сложной схеме взаимодействия. Передаточная функция системы в этом случае принимает вид

$$W(p) = \frac{\tilde{y}}{\tilde{z}} = \frac{aa_1b_2mp^2 + k}{(M + ma^2)p^2 + k}, \quad (2)$$

где $b_2 = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$ – коэффициент, зависящий от геометрических параметров расчетной схемы;

$$a = \frac{i \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)}, \quad i = \frac{l_2}{l_1}; \quad a_1 = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)};$$

l_1, l_2, α, β – геометрические параметры расчетной схемы. При кинематическом возмущении предполагается наличие режима динамического гашения. На рис. 3 приведен график зависимостей между углами установки стержней l_1 и l_2 (α и β) при $b_2 = 0$.

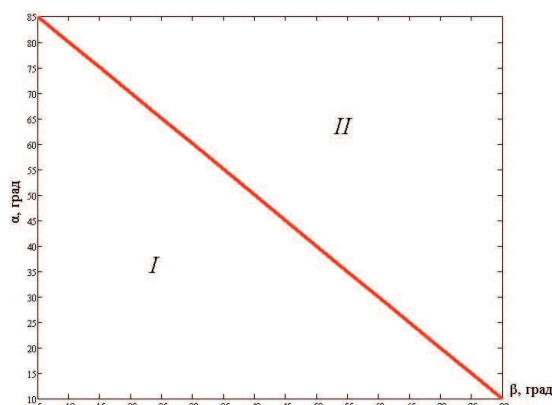


Рис. 3. График зависимости углов начальной установки стержней α и β для случая $b_2 = 0$

График делит пространство параметров α и β на две области, обозначенные I и II: при паре значений α и β из области I – $b > 0$, а при паре α и β из области II – $b < 0$. На границе областей пары значений α и β таковы, что амплитудно-частотная характеристика системы будет иметь такой же вид, как и при силовом возмущении. При выносе дополнительных масс за пределы кинематических пар динамические свойства системы могут варьироваться в более заметном виде.

3. Введение рычажных механизмов и дополнительных масс создает условие для формирования ряда новых эффектов. На рис. 4 устройство для преобразования движения (УПД) соединяет дополнительные массы в симметричной схеме.

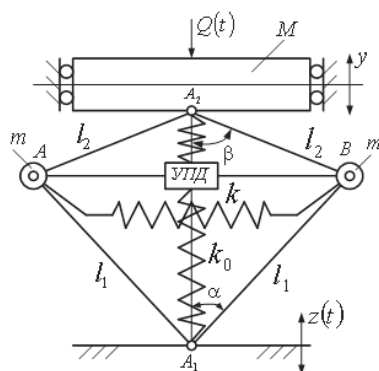


Рис. 4. Расчетная схема виброзащитной системы с настраиваемыми упругомассовыми параметрами

Проводя аналогичные выше приведенным выкладкам и преобразованиям, получим передаточную функцию системы при кинематическом возмущении

$$W(p) = \frac{y}{z} = \frac{-2ma a_1 \cdot \left(\frac{L}{m} \cos \alpha \cdot \cos \beta - b \right) \cdot p^2 + k_0 + 2ka a_1 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta}{\left[(M + 2ma^2 + 2L \cdot a^2 \cdot \cos^2 \alpha) \cdot p^2 + k_0 + ka^2 \cdot \cos \alpha \right]} \quad (3)$$

Проведены исследования зависимости для функции R от параметров системы.

В данном случае R характеризует свойства числителя передаточной функции (3); в свою очередь

$$R = \left(\frac{L}{m} + 1 \right) \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta. \quad (4)$$

Функция R может принимать критическое значение, равное нулю. Если $R = 0$, то существует условие

$$\left(\frac{L}{m} + 1 \right) = \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta. \quad (5)$$

Передаточная функция (3) предполагает режим, при котором может быть исключено динамическое гашение и достигнута компенсация внешнего воздействия в широком диапазоне частот, так как числитель передаточной функции может иметь очень малые значения [10-11].

4. Рычажные связи имеют разнообразные формы, в том числе и в виде усложненных рычагов с разнесенными массами, как показано на рис. 5 по патенту [6].

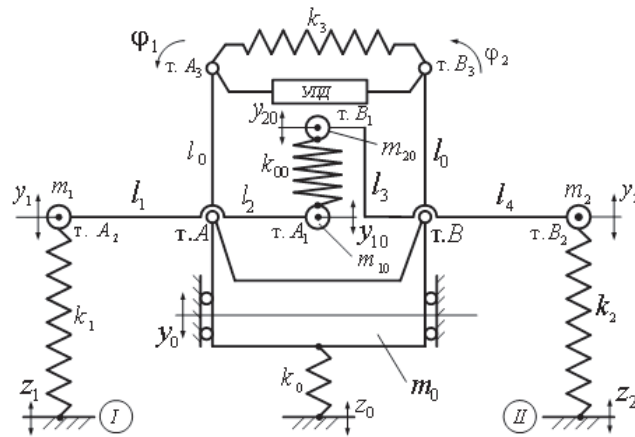


Рис. 3. Расчетная схема блока подвески робототехнического устройства

Механическая система с рычажными связями может иметь расширенный набор адаптивных свойств, режим динамического гашения, запираения, что может быть использовано в задачах динамического синтеза систем вибрационной защиты машин и оборудования.

Заключение

Предложен методологический базис для решения задач динамики технических объектов, в структуре которых имеются рычажные связи и механизмы, что создает возможности поиска и разработки новых способов и средств оценки, контроля и управления динамическим состоянием объектов машиностроения. Основой для решения задач динамики являются структурные методы, в рамках которых используются возможности аналитического аппарата теории автоматического управления, что обеспечивает, в частности, в задачах динамического синтеза виброзащитных систем условия учета особенностей элементарных звеньев различной физической природы и особенностей их соединений и взаимодействия. Разработан обобщенный подход в задачах динамики и метод построения и оценки свойств математических моделей различных механических колебательных систем, отражающих специфику работы механических систем с учетом геометрических особенностей расположения элементов и многообразных форм их взаимодействия с учетом рычажных связей. Ряд предложений выполнен на уровне изобретений. Результаты исследований представляют интерес для решения широкого круга задач динамики механизмов и машин различного

назначения, работа которых происходит в условиях вибрации и динамических сил, возникающих на объекте защиты.

Изучены свойства механических колебательных систем, заключающихся в выявлении условий и форм возникающих рычажных связей. Показано, что рычажные связи могут создаваться как присущие колебательным системам формы взаимодействия элементов.

Предложена и разработана гипотеза возникновения рычажных связей в механических колебательных системах с учетом конструктивно-технических особенностей систем, соотношения видов парциальных структур и дополнительных связей. Показано, что материализация рычажных связей, точнее, их реализация на представлениях о рычагах, связана с вращательными движениями твердых тел.

Разработан обобщенный подход в решении задач вибрационной защиты технических объектов, основанный на использовании возможностей построения эквивалентных в динамическом отношении расчетных схем цепного вида для механических колебательных систем.

Предложен и разработан метод построения математических моделей для систем с рычажными связями, использующий возможности структурных преобразований с выделенным объектом защиты (или управления), по отношению к которому формируется обратная отрицательная связь с параметрами квазиупругого элемента.

References:

- [1] Loncih P.A., Eliseev S.V. The dynamic quality of machinery and equipment as a tool to ensure reliability of production and competitiveness of the processes. Irkutsk: NI IrGTU, 2014. 322 s. (In Russian)
- [2] Genkin M.D., Rjaboj V.M. The elastic-inertial vibration isolation systems. Extreme performance, optimal structure. M.: Nauka, 1988. 191 s. (In Russian)
- [3] Belokobyl'skij S.V., Eliseev S.V., Sitov I.S. Dynamics of mechanical systems. Lever and inertial-elastic ties. SPb.: Politehnika, 2013. 319 s. (In Russian)
- [4] Eliseev S.V., Kinash N.Zh., Kaimov E.V. Lever ties of mechanical oscillation systems // Vestnik VJeLNII. 2015. №1(69). S. 112 – 126. (In Russian)
- [5] Eliseev S.V., Artjunin A.I., Kinash N.Zh., Kaimov E.V. Lever ties and mechanisms in vibratory protection systems of engineering objects // Teoreticheskie i prikladnye aspekty sovremennoj nauki: sb. nauch. trudov po mat. VI Mezhd. nauch.-prakt. konf. Belgorod, 31 dekabnja 2014 g.: v 6 ch. Ch. III. S. 51-59. (In Russian)
- [6] Patent 136112 RUS, MPK F16F 15/04. Device for damping oscillations / S.V. Eliseev, A.I. Artjunin, A.P. Homenko, E.V. Kaimov,

- A.V. Eliseev. - № 2013135078/11; zajavl. 25.07.2013; opubl. 27.12.2013, Bjul. №36. (In Russian)
- [7] Patent 142137 RUS, MPK F16F 15/02. A device for controlling the elastic dissipative properties of the vibro-protective system / S.V. Eliseev, A.I. Artjunin, E.V. Kaimov, A.V. Eliseev. - №2014100299/11; zajavl. 09.01.2014; opubl. 20.06.2014, Bjul. №17. (In Russian)
- [8] Patent 150331 RUS, MPK F16F 15/04. Device for damping oscillations / A.P. Homenko, S.V. Eliseev, A.I. Artjunin, E.V. Kaimov, A.V. Eliseev. - №2014138832/11; zajavl. 25.09.2014; opubl. 10.02.2015, Bjul. № 4. (In Russian)
- [9] Eliseev S.V., Reznik Ju.N., Homenko A.P., Zasadko A.A. Dynamic synthesis of generalized problems of vibration and vibration control of technical objects. Irkutsk: izd-vo IGU, 2008. 523 s. (In Russian)
- [10] Eliseev S.V., Kuznecov N.K., Kaimov E.V. To the question about the theory of lever-type ties in the dynamics of mechanical oscillation systems // Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. 2015. № 12 (107). S. 30-40. (In Russian)
- [11] Eliseev S.V., Parshuta E.A., Kaimov E.V., Kinash N.Zh. Mechanisms in the structure of vibration isolation systems: mathematical model, estimation of dynamic characteristics (Part II) // Vestnik VSGUTU. 2015. №1 (52). S. 52 – 60. (In Russian)